問1

(2)

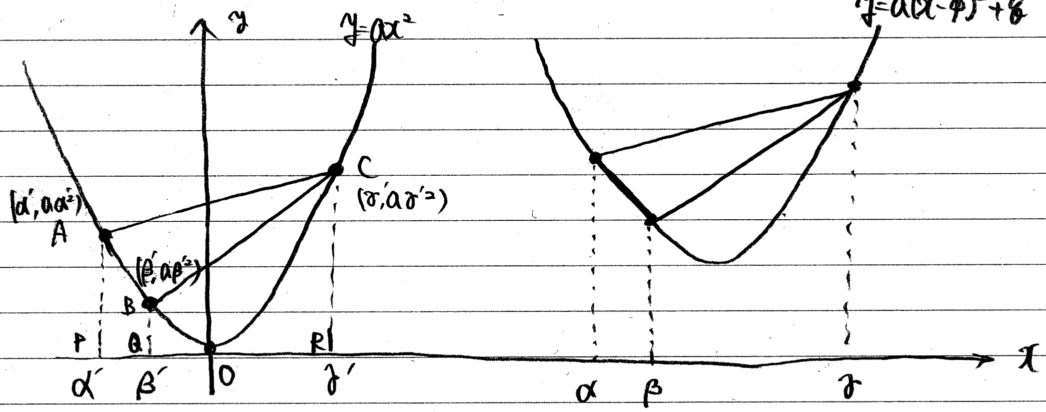
放物線を $y=a(x-p)^2+q$ とする。

この放物線は, $x$軸方向に$-p$, $y$軸方向に$-q$ 平行移動すると,

原点を頂点とする放物線になる。

$\alpha, \beta, \gamma$ についても, $\alpha'=\alpha-p$, $\beta'=\beta-p$, $\gamma'=\gamma-p$ を考える。

これは, 平行移動なので, 三角形の面積はかわらない。




$$\triangle ABC\text{の面積} = (\text{台形}APRC) - (\text{台形}APQB) - (\text{台形}BQRC)$$

$$= \left\{\frac{1}{2}(a\gamma'^2 + a\alpha'^2)(\gamma'-\alpha')\right\} - \left\{\frac{1}{2}(a\alpha'^2 + a\beta'^2)(\beta'-\alpha')\right\} - \left\{\frac{1}{2}(a\beta'^2 + a\gamma'^2)(\gamma'-\beta')\right\}$$

$$= \frac{a}{2}\left\{(\gamma'^2+\alpha'^2)(\gamma'-\alpha') - (\alpha'^2+\beta'^2)(\beta'-\alpha') - (\beta'^2+\gamma'^2)(\gamma'-\beta')\right\}$$

$$= \frac{a}{2}\left(\cancel{\gamma'^3} - \gamma'^2\alpha' + \gamma'\alpha'^2 \cancel{-\alpha'^3} - \alpha'^2\beta' \cancel{+\alpha'^3} \cancel{-\beta'^3} + \alpha'\beta'^2 - \beta'^2\gamma' \cancel{+\beta'^3} \cancel{-\gamma'^3} + \beta'\gamma'^2\right)$$

$$= \frac{a}{2}\left\{(\gamma'-\beta')\alpha^2 - (\gamma'^2-\beta'^2)\alpha + \beta'\gamma'(\gamma'-\beta')\right\}$$

$$= \frac{a}{2}\left\{(\gamma'-\beta')\alpha^2 - (\gamma'-\beta')(\gamma'+\beta')\alpha + \beta'\gamma'(\gamma'-\beta')\right\}$$

$$= \frac{a}{2}(\gamma'-\beta')(\alpha'-\beta')(\alpha'-\gamma')$$

$$= \frac{a}{2}(\alpha'-\beta')(\beta'-\gamma')(\gamma'-\alpha')$$

(1)は

$a=2, \alpha=1, \beta=2, \gamma=4$

を代入して.

$\frac{2}{2}\cdot(-1)\cdot(-2)\cdot(3)$

$= \underline{6}$ //

$\alpha'=\alpha-p$, $\beta'=\beta-p$, $\gamma'=\gamma-p$ より.

$$= \frac{a}{2}(\alpha-p-\beta+p)(\beta-p-\gamma+p)(\gamma-p-\alpha+p)$$

$$= \underline{\frac{a}{2}(\alpha-\beta)(\beta-\gamma)(\gamma-\alpha)} \text{ //}$$