

第 416 回追加問題

4次方程式 $x^4 + 68x^3 + kx^2 - 4930x + 2023 = 0$ について、4つの解のうち2つの解の積が -17 であるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 実定数 k の値を求めよ。
- (2) 方程式を解け。

解答

(1) $2023 = (-17) \cdot (-119)$ であるから、他の2つの解の積は -119 である。

2つの解の積が -17 である2次方程式は、 $x^2 + ax - 17 = 0$ と書ける。

同様に、2つの解の積が -119 である2次方程式は、 $x^2 + bx - 119 = 0$ と書ける。

よって、 $x^4 + 68x^3 + kx^2 - 4930x + 2023 = (x^2 + ax - 17)(x^2 + bx - 119)$ と書ける。

右辺を展開すると、 $x^4 + (a+b)x^3 + (ab - 136)x^2 - (119a + 17b)x + 2023$

係数を比較すると、 $a + b = 68$ 、 $k = ab - 136$ 、 $-(119a + 17b) = -4930$

第1式と第3式より、 $a = 37$ 、 $b = 31$ このとき第2式より、 $k = 37 \cdot 31 - 136 = 1011$ 答

(2) (1)より、 $(x^2 + 37x - 17)(x^2 + 31x - 119) = 0$ より、 $x = \frac{-37 \pm \sqrt{1437}}{2}$ 、 $\frac{-31 \pm \sqrt{1437}}{2}$ 答

(2022/7/24 ジョーカー)