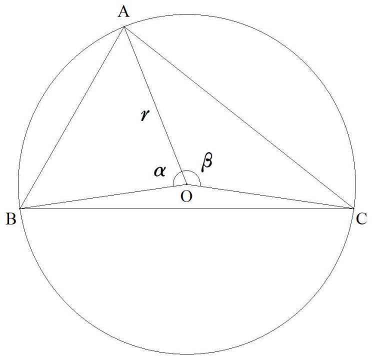
第 327 回

半径 r の円に内接する三角形の面積の最大値を求めよ。



解答　三角形を ABC とし，その面積を S，外接円の中心を O，
∠AOB=α，∠AOC=β とすると，

$$S=\frac{1}{2}r^2\{\sin\alpha+\sin\beta-\sin(\alpha+\beta)\}\quad \cdots ① \ (0<\alpha<\pi,\ 0<\beta<\pi)$$

となるから，その極値を求めると，偏微分して，

$\cos\alpha-\cos(\alpha+\beta)=0$

$\cos\beta-\cos(\alpha+\beta)=0$

$\therefore \cos\alpha=\cos\beta=\cos(\alpha+\beta)$ となる。

よって，$\alpha=\beta=\dfrac{2}{3}\pi$

そしてこのとき極大値をとり，それは最大値であるから△ABCは正三角形となる。

このときの面積は，①より，$S=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}r^2$　答

(2021/3/31　ジョーカー)