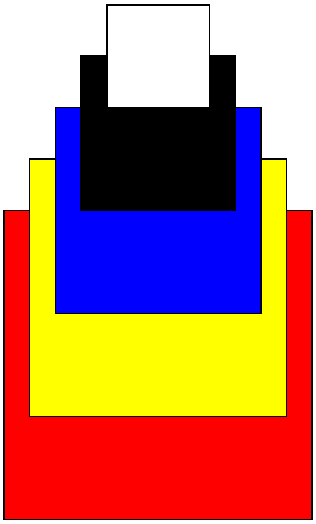
● 問題 409 解答＜三角定規＞

［第 7 問題］



白の 1 辺を a, 順次 1 辺の差を $d(a,\ d>0)$ とすると,
それぞれの 1 辺と面積は 次の通り。

	1 辺	面積
白：	$a,$	a^2
黒：	$a+d,$	$a^2+2ad+d^2$
青：	$a+2d,$	$a^2+4ad+4d^2$
黄：	$a+3d,$	$a^2+6ad+9d^2$
赤：	$a+4d,$	$a^2+8ad+16d^2$

よって, 赤･黄の面積の和を l, 青･黒･白の面積の和を m とすると,

$$2a^2+14ad+25d^2=l \quad \cdots①$$
$$3a^2+6ad+5d^2=m \quad \cdots②$$

連立方程式①②を a について解く。

②× 5−①： $13a^2+16ad=5m-l$　　$\therefore\ ad=\dfrac{5m-l-13a^2}{16}$　$\cdots③$

③を②に代入して整理すると,　$40d^2=15a^2-7m+3l$　$\cdots④$

③を平方し, $a^2=A$ と書くと　$Ad^2=\dfrac{(5m-l-13A)^2}{16\cdot16}$　$\cdots⑤$

⑤× 40 に④を代入し

$$A(15A-7m+3l)=\frac{40(15m-l-13A)^2}{16\cdot16} \quad \cdots⑥$$

⑥を整理し,　$365A^2-2(213m-17l)A+5(5m-l)^2=0$　$\cdots⑦$

⑦を解くと　$A=\dfrac{1}{365}\left(213m-17l\pm16\sqrt{-6l^2+43lm-m^2}\right)$　$\cdots⑧$

となるが, 復号うち＋は③の右辺が

$$5m-l-13A=\frac{1}{365}\left(-944m-586l-208\sqrt{-6l^2+43lm-m^2}\right)<0$$

となり不適である。以上より

$$a=\sqrt{A}=\sqrt{\frac{\mathbf{213m-17l-16\sqrt{-6l^2+43lm-m^2}}}{\mathbf{365}}}$$

求められてはいませんが　$d=\sqrt{\dfrac{\mathbf{16m-21l-6\sqrt{-6l^2+43lm-m^2}}}{\mathbf{365}}}$