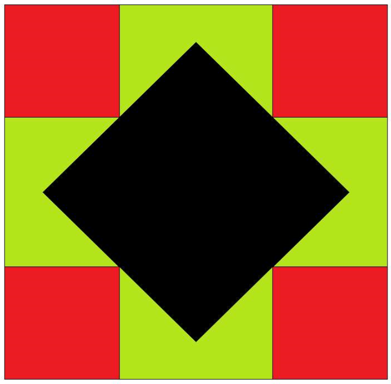
大垣八幡宮谷幽斎算額 32 問「幽斎約四編」（天保年間）

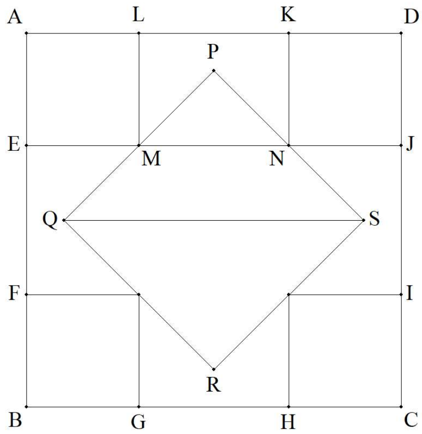
第 4 問題

萌黄の正方形内に（図の如く）黒の正方形をつくり，それの 1 辺に
1 つの頂点をもつ 4 個の相等しい赤の正方形を描く。
萌黄と黒の 1 辺の長さを知って赤の 1 辺の長さを求めよ。



術文（答）

赤の 1 辺={(萌黄の 1 辺)−（黒の 1 辺）/ $\sqrt{2}$ }÷ 2



$\boxed{\text{解答}}$ 萌黄，黒，赤の 1 辺をそれぞれ m，k，a とおき，
図のように記号を付ける。

MN=LK= $m-2a$ …①

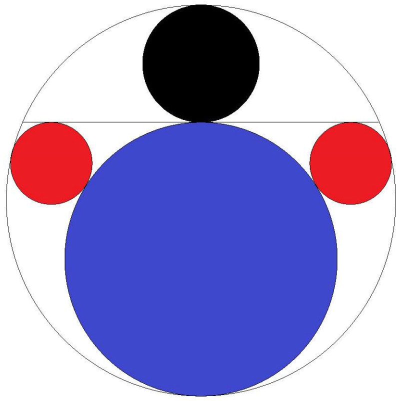
また，MN= $\frac{1}{2}$ QS= $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\,k=\frac{k}{\sqrt{2}}$

これを①に代入すると，$\frac{k}{\sqrt{2}}=m-2a$ より，$a=\frac{1}{2}\left(m-\frac{k}{\sqrt{2}}\right)$

よって，赤の 1 辺={(萌黄の 1 辺)−（黒の 1 辺）/ $\sqrt{2}$ }÷ 2 $\boxed{\text{答}}$

第５問題

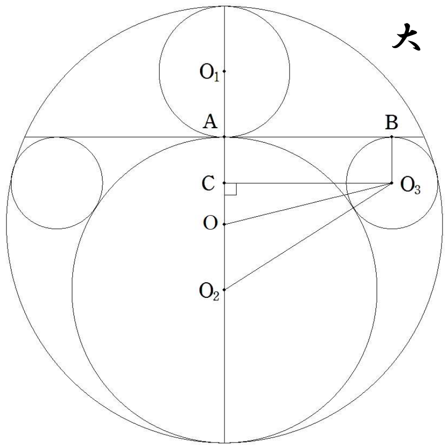
円の１つの弦の両側に（図の如く）赤，青，黒円を容れる。
青円と黒円の直径を知って赤円の直径を求めよ。



術文（答）

$$赤径=\frac{黒径\times青径}{黒径+青径}$$

解答　図のように記号を付ける。



黒円，青円，赤円をそれぞれ $O_1(r_1)$，$O_2(r_2)$，$O_3(r_3)$ とおくと，
大円 O の半径は，r_1+r_2 となる。
AB は２円 O_2，O_3 の共通接線の長さであるから，$AB=2\sqrt{r_2r_3}$
$\triangle OO_3C$ について，$O_2O_3=(r_1+r_2)-r_3$，$O_2C=BA=2\sqrt{r_2r_3}$，
$CO=r_3-(r_2-r_1)$ であるから三平方の定理により，

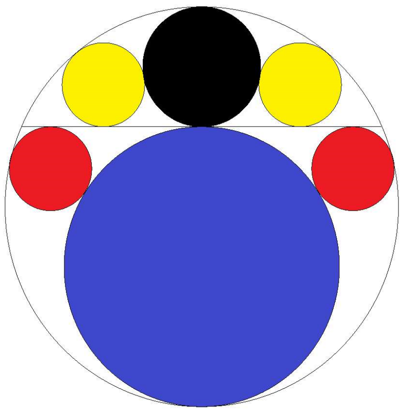
$$(r_1+r_2-r_3)^2-(r_3-r_2+r_1)^2=(2\sqrt{r_2r_3})$$

$$4r_1(r_2-r_3)=4r_2r_3 \quad \therefore r_3=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}$$

両辺に２を掛けて，$2r_3=\dfrac{2r_1\cdot 2r_2}{2r_1+2r_2}$

よって，赤径=(黒径×青径)/(黒径＋青径)　答

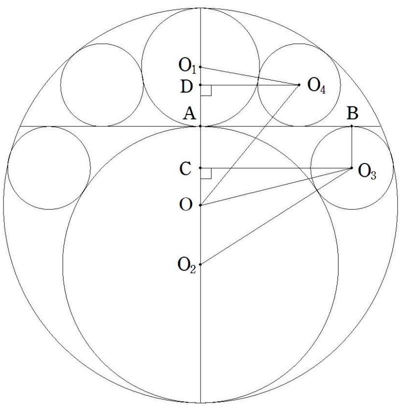
補足　右図のように，さらに黒円と弦と大円に接する黄円 $O_4(r_4)$ を
入れると，黄径＝赤径となる。



証明　下図の $\triangle OO_4D$ について，$OO_4=(r_1+r_2)-r_4$，$O_4D=2\sqrt{r_1r_4}$，
$DO=(r_2-r_1)+r_4$ であるから，三平方の定理により，

$$(r_1+r_2-r_4)^2-(-r_1+r_2+r_4)^2=4r_1r_4 \qquad 4r_2(r_1-r_4)=4r_1r_4$$

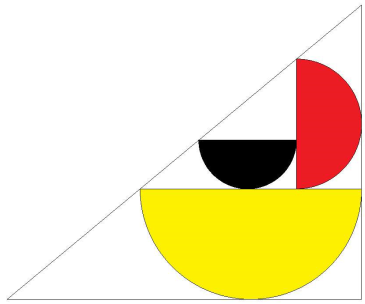
$\therefore r_4=\dfrac{r_1r_2}{r_1+r_2}$　　$\therefore r_4=r_3$　　よって，黄径＝赤径　終



第 6 問題

直角三角形内に黄，赤，黒の半円を容れる。

黄，赤円の直径を知って黒円の直径を求めよ。

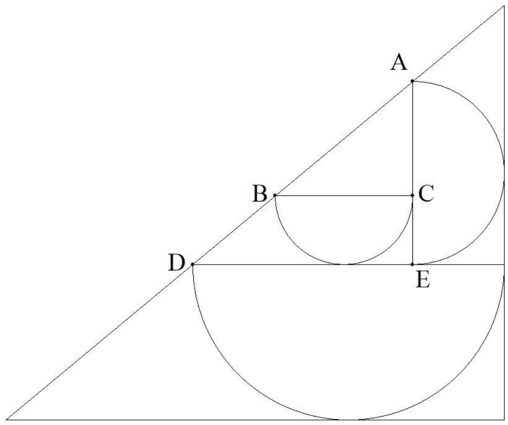


術文（答）

$$黒径＝\frac{赤径}{\dfrac{赤径}{2黄径-赤径}+0.25}$$

解答　黄赤黒の半円の半径をそれぞれ a，b，c とおき，

図のように記号を付ける。



△ABC∽△ADE であるから，BC:DE＝AC:AE

$2c:(2a-b)=(2b-c):2b$　　$\therefore\ 4bc=(2a-b)(2b-c)$

c について解くと，$c=\dfrac{2b(2a-b)}{2a+3b}=\dfrac{2b}{\dfrac{2a+3b}{2a-b}}=\dfrac{2b}{\dfrac{2a-b+4b}{2a-b}}$

$$=\frac{2b}{\dfrac{4b}{2a-b}+1}=\frac{\dfrac{1}{2}b}{\dfrac{b}{2a-b}+\dfrac{1}{4}}$$

両辺に 2 を掛けると，$2c=\dfrac{b}{\dfrac{b}{2a-b}+\dfrac{1}{4}}=\dfrac{2b}{2\left(\dfrac{b}{2a-b}+\dfrac{1}{4}\right)}=2b/2\left(\dfrac{2b}{2\cdot 2a-2b}+\dfrac{1}{4}\right)$

よって，黒径＝ 赤径$/2\left(\dfrac{赤径}{2黄径-赤径}+0.25\right)$　答

注意　術文（答）は，分母の括弧の前に 2 が必要である。

（2022/3/6　ジョーカー）