

第 412 回 追加問題

$a = 2\sin 50^\circ$  のとき、次の式の値を求めよ。

$$\frac{1}{a^2 - a - 2} - \frac{1}{a^2 + a - 2} + \frac{1}{a^2 - 2a + 1} - \frac{1}{a^2 + 2a + 1}$$

【解答】  $a^3 - 3a = (2\sin 50^\circ)^3 - 3 \cdot 2\sin 50^\circ = -2(3\sin 50^\circ - 4\sin^3 50^\circ) = -2\sin 150^\circ = -1$

$$\therefore a^3 - 3a + 1 = 0$$

この等式を変形すると、

$$(a^2 - a - 2)(a + 1) = -3, \quad (a^2 + a - 2)(a - 1) = 1, \quad (a^2 - 2a + 1)(a + 2) = 1, \quad (a^2 + 2a + 1)(a - 2) = -3 \text{ より,}$$

$$\text{与式} = \frac{a+1}{-3} - (a-1) + (a+2) - \frac{a-2}{-3} = 2 \quad \square$$

(2022/4/3 ジョーカー)