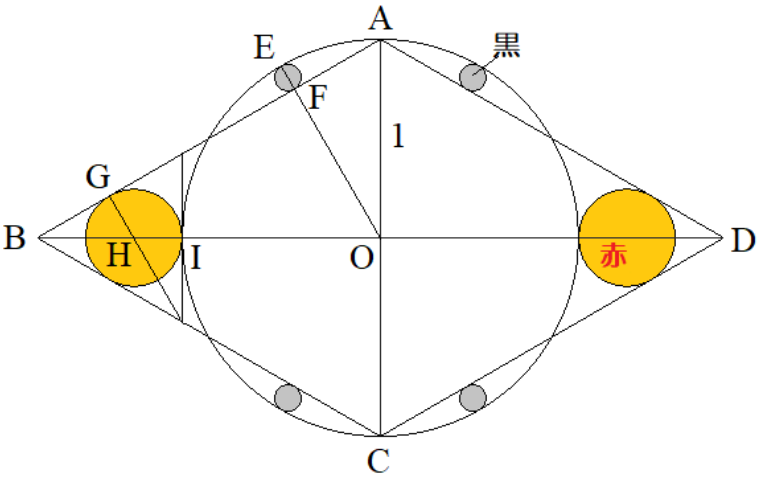
● 問題 412 解答＜三角定規＞

[第７問題]



右図のように各点を定め，OA＝1 とする。

OE＝1，OF＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ だから，

$$\mathrm{OE}-\mathrm{OF}=\text{黒径}=1-\frac{\sqrt{3}}{2}\quad\cdots①$$

赤円の半径＝GH＝HI＝r とすると，

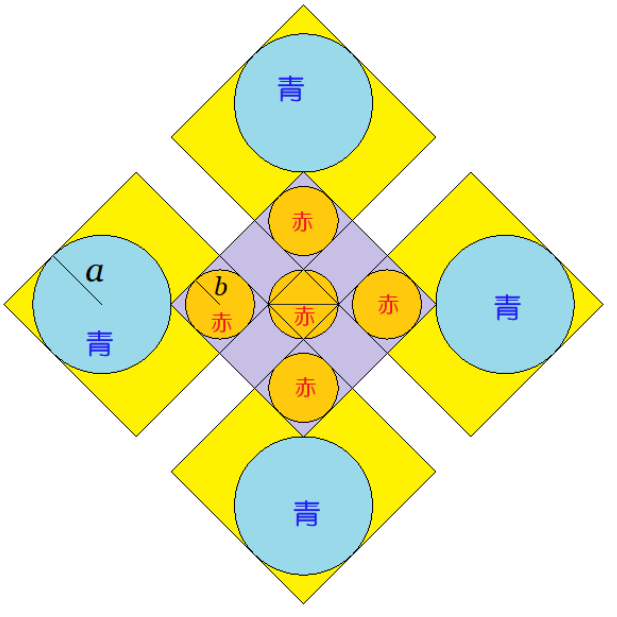
$$\mathrm{BI}=\mathrm{BH}+\mathrm{HI}=2r+r=\sqrt{3}-1$$

$$\therefore\ r=\frac{\sqrt{3}-1}{3}\quad\cdots②$$

$$\therefore\ \frac{2\cdot②}{①}=\frac{4}{2-\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}-1}{3}=\frac{4}{3}(1+\sqrt{3})$$

以上より，**赤径＝$\dfrac{4}{3}(1+\sqrt{3})$黒径** …[答]

[第８問題]



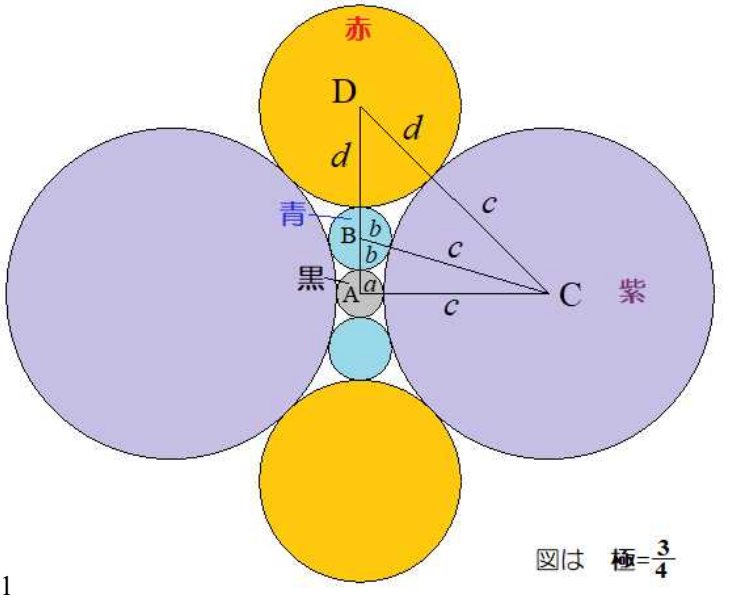
青，赤円の半径を図のように a, b とすると，黄と紫の正方形の対角線が等長であることから

$$\sqrt{2}\,a+a+2\sqrt{2}\,b=2(2\sqrt{2}\,b+b)$$

$$\therefore\ (\sqrt{2}+1)a=2(\sqrt{2}+1)b$$

$$\therefore\ a=2b\quad\therefore\ \textbf{赤円径}=\frac{\textbf{青円径}}{2}\quad\cdots[答]$$

[第９問題]



互いに接する 4 円を右図のように A, B, C, D, それぞれの半径を a, b, c, d とする。

△ ABC は直角三角形だから

$$(a+b)^2+(a+c)^2=(b+c)^2\quad\cdots①$$

①の両辺を b^2 で割り，$\dfrac{a}{b}=A$, $\dfrac{c}{b}=C$, $\dfrac{d}{b}=D$

と置くと

$$(A+1)^2+(A+C)^2=(1+C)^2\quad\cdots②$$

②を整理し C について解くと $C=\dfrac{A^2+A}{1-A}$ …③

さらに△ ADC も直角三角形だから

$$(a+2b+d)^2+(a+c)^2=(b+d)^2\quad\cdots④$$

④の両辺を b^2 で割り

$$(A+2+D)^2+(A+C)^2=(C+D)\quad\cdots⑥$$

⑥を展開して整理すると

$$A^2+2A+2+(A+2)D+AC=CD\quad\cdots⑦$$

③⑦より C を消去して整理すると $D=\dfrac{d}{b}=\dfrac{1}{A^2+A-1}$

以上より，$A=\dfrac{a}{b}=\dfrac{\text{黒径}}{\text{青径}}=$極 と書けば，**赤径＝$\dfrac{\textbf{青径}}{\textbf{極(極＋1)−1}}$** …[答]