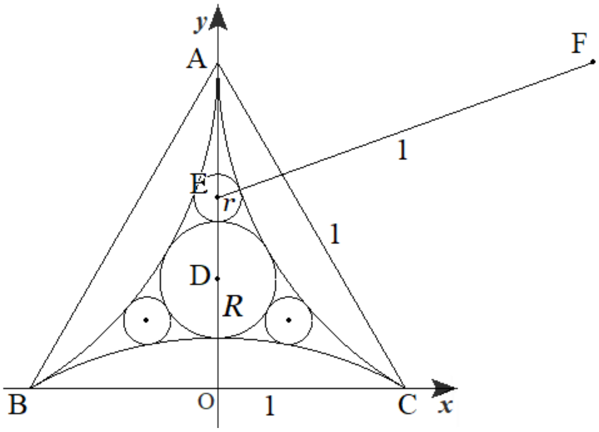
● 問題 423 追加問題 解答＜三角定規＞

［問題１］

右図のように座標軸および各点を定め，甲円，乙円の半径を R, r とする。



対称性より，甲円の中心は △ABC の中心 D で

$$\mathrm{OD}=\frac{\sqrt{3}}{6} \quad \therefore R+\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{6} \quad \therefore R=\frac{2\sqrt{3}-3}{3}$$

次に，乙円の中心 $\mathrm{E}\left(0,\ \frac{5\sqrt{3}-6}{6}+r\right)$ と円弧 AC の中心 $\mathrm{F}\left(1,\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ の距離が $1+r$ だから

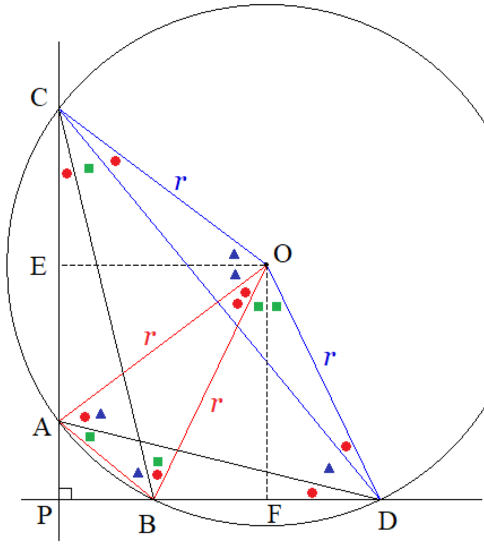
$$1^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{5\sqrt{3}-6}{6}-r\right)^2=(1+r)^2$$

これを展開して解いて $r=\frac{9-4\sqrt{3}}{33}$

以上より，甲円：$\boldsymbol{\frac{2\sqrt{3}-3}{3}}$ $(=0.154\cdots)$，乙円：$\boldsymbol{\frac{9-4\sqrt{3}}{33}}$ $(=0.0627\cdots)$ …[答]

［問題２］

右図のように E, F を定める。



弧 AB に対する円周角と中心角の関係から

∠ ACB ＝∠ ADB (●), 2 ∠ ACB ＝∠ AOB (●●)

弧 AC に対する円周角と中心角の関係から

∠ ABC ＝∠ ADC (▲), 2 ∠ ABC ＝∠ AOC (▲▲)

弧 BD に対する円周角と中心角の関係から

∠ BAD ＝∠ BCD (■), 2 ∠ BAD ＝∠ BOD (■■)

ここで∠ EOF ＝∠ R だから ●●＋▲＋■＝ 90° …①

△ OAB, △ OCD はともに二等辺三角形であり，内角の和が 180° であること, 及び①より△ OAB, △ OCD の両底角は右図の通りとなる。これらより,

△ OAB ＝ r^2 sin ● cos ●, △ OCD ＝ r^2 sin ● cos ●

以上より，△ OAB ＝△ OCD …［証明了］