● 問題 427 解答＜三角定規＞

［問題１］

(1) $0.13=\dfrac{1}{4}$

標記を n 進法として十進法に直すと　$\dfrac{1}{n}+\dfrac{3}{n^2}=\dfrac{1}{4}$

整理して　$n^2-4n-12=(n-6)(n+2)=0$

$n>0$ より　$n=6$　よって，**6 進法**　…[答]

(2) $0.2222\cdots=\dfrac{1}{3}$

(1)と同様にして，$\dfrac{2}{n}+\dfrac{2}{n^2}+\dfrac{2}{n^3}+\cdots=\dfrac{2}{n}\cdot\dfrac{1}{1-1/n}=\dfrac{2}{n-1}=\dfrac{1}{3}$　$\therefore$ $n=7$　**7 進法**　…[答]

(3) $0.3737\cdots=\dfrac{1}{3}$

同様に，$\dfrac{3}{n}+\dfrac{7}{n^2}+\dfrac{3}{n^3}+\dfrac{7}{n^4}\cdots=\dfrac{3n+7}{n^2}\cdot\dfrac{1}{1-1/n^2}=\dfrac{3n+7}{n^2-1}=\dfrac{1}{3}$

整理して　$n^2-9n-22=(n-11)(n+2)=0$　$\therefore n=11$　**11 進法**　…[答]

(4) $0.123123\cdots=\dfrac{1}{13}$

同様に，$\dfrac{1}{n}+\dfrac{2}{n^2}+\dfrac{3}{n^3}+\dfrac{1}{n^4}+\dfrac{2}{n^5}+\dfrac{3}{n^6}\cdots=\dfrac{n^2+2n+3}{n^3}\cdot\dfrac{1}{1-1/n^3}=\dfrac{n^2+2n+3}{n^3-1}=\dfrac{1}{n+3}$

整理して　$2n^3-5n^2-9n-12=(n-4)(2n^2+3n+3)=0$

$2n^2+3n+3>0$ より　$n=4$　**4 進法**　…[答]

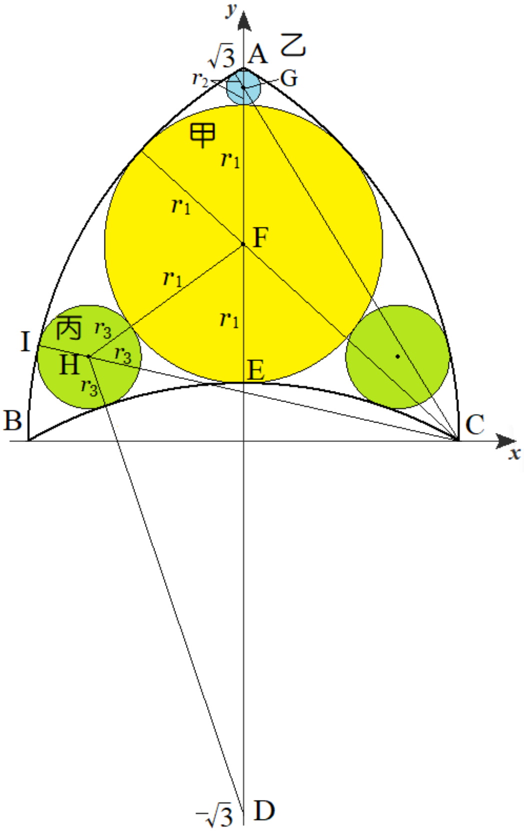
(5) $0.01313\cdots=\dfrac{1}{30}$

同様に，$\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{3}{n^3}+\dfrac{1}{n^4}+\dfrac{3}{n^5}\cdots=\dfrac{n+3}{n^3}\cdot\dfrac{1}{1-1/n^2}=\dfrac{n+3}{n(n^2-1)}=\dfrac{1}{3n}$

整理して　$n^2-3n-10=(n-5)(n+2)=0$　$\therefore$ $n=5$　**5 進法**　…[答]

［追加問題１］

計算の便宜上 △ABC を一辺 2 とし, 図のように座標軸, 各点, 座標を定める。D は円弧 BC の中心, F, G, H は甲, 乙, 丙円の中心である。



甲円の半径を r_1 とすると　E$(0,\ 2-\sqrt{3})$,
F$(0,\ r_1+2-\sqrt{3})$ で, CF$=2-r_1$ だから

$$\mathrm{CF}^2=(2-r_1)^2=1+(r_1+2-\sqrt{3})^2 \quad \cdots①$$

①を整理して解いて $r_1=\dfrac{6\sqrt{3}-2}{13}$ $\cdots②$

乙円の半径を r_2 とすると G$\left(0,\ r_2+\dfrac{22-\sqrt{3}}{13}\right)$ で

CG$=2-r_2$ だから

$$\mathrm{CG}^2=(2-r_2)^2=1^2+\left(r_2+\frac{22-\sqrt{3}}{13}\right)^2 \quad \cdots③$$

③を整理して解いて $r_2=\dfrac{42+82\sqrt{3}}{2301}$ $\cdots④$

丙円の中心を H$(a,\ b)$, 半径を r_3 とすると

F$\left(0,\ \dfrac{24-7\sqrt{3}}{13}\right)$, HF$=r_3+r_1=r_3+\dfrac{6\sqrt{3}-2}{13}$ だから

$$\mathrm{HF}^2=a^2+\left(b-\frac{24-7\sqrt{3}}{13}\right)^2=\left(r_3+\frac{6\sqrt{3}-2}{13}\right)^2 \quad \cdots⑤$$

CH$=$CI$-r_3$ だから　CH$^2=(a-1)^2+b^2=(2-r_3)^2$ $\cdots⑥$

DH$=2+r_3$ だから　DH$^2=(2+r_3)^2=a^2+(b+\sqrt{3})^2$ $\cdots⑦$

⑤⑥⑦から $a,\ b$ を消去すると　$397r_3^2+204r_3-72=0$ $\cdots⑧$

$r_3>0$ で⑧を解いて　$r_3=\dfrac{114\sqrt{3}-102}{397}$ $\cdots⑨$

以上は AB$=2$ として計算したものだから，求める 3 円の半径は

甲：$r_1=\mathbf{\dfrac{3\sqrt{3}-1}{13}}$,　乙：$r_2=\mathbf{\dfrac{41\sqrt{3}+21}{2301}}$,　丙：$r_3=\mathbf{\dfrac{57\sqrt{3}-51}{397}}$ …[答]

$(=0.322\cdots)$　$(=0.0399\cdots)$　$(=0.120\cdots)$

［追加問題２］

[Ⅰ](1) 題意「0.1％で感染」より　$100{,}000\times\dfrac{0.1}{100}=$**100人**　…[答]

(2)「感染者の70％が正しく陽性」より　「正しく陽性」者は **70人**　…[答]

(3) 非感染者は 99,900人 で「1％が誤陽性判定」より，誤陽性判定者は **999人**　…[答]

(4) (2)(3)より，陽性判定者は (2)＋(3)＝**1,069人**　…[答]

(5) 以上より，$\dfrac{\text{正しく陽}}{\text{陽判定}}=\dfrac{70}{1{,}069}\times 100=6.54\cdots\fallingdotseq$ **6.5％**　…[答]

[Ⅱ] [Ⅰ]を文字化して，$\dfrac{\text{正しく陽}}{\text{陽判定}}=\mathbf{\dfrac{100a}{(n-1)(100-b)+a}}$ **％**　…[答]